1. Responde, razonando la respuesta, a las siguientes cuestiones:
   a) ¿Es 27 divisor de 1542?
   b) ¿Es 315 múltiplo de 15? ¿Y de 1402?
   c) ¿Es 18 un divisor de 150? ¿Y de 234?
2. Halla los 5 primeros múltiplos de 15, 23, 32 y 103.
3. Halla todos los múltiplos de 15 comprendidos entre 100 y 150.
4. Halla todos los múltiplos de 18 comprendidos entre 175 y 225.
5. Encuentra cuatro parejas múltiplo-divisor entre los siguientes números:
   143, 12, 124, 364, 180, 31, 52, 13.
6. Calcula todos los divisores de los números: 18, 23 y 32.
7. De la siguiente lista de números tienes que seleccionar los múltiplos de 2, los múltiplos de 3 y los múltiplos de 5:
   66, 71, 90, 103, 105, 156, 220, 315, 421, 708
8. De la siguiente lista de números tienes que seleccionar los múltiplos de 2, de 3, de 5, de 6, de 10 y de 11:
   42, 314, 125, 150, 7500, 37103, 13200, 103488, 1321200, 149028
9. Halla, razonadamente, un número de tres cifras que cumpla las siguientes características:
   a) Es múltiplo de 2.
   b) Es múltiplo de 3.
   c) Es divisible por 6.
   d) Es divisible por 5.
   e) Es divisible por 10.
   f) Es divisible por 11.
   g) Es múltiplo de 2 pero no de 5.
   h) Es divisible por 2 y por 5.
   i) Es múltiplo de 9 y de 5.
   j) Es múltiplo de 3 y de 11.
   k) Es múltiplo de 3 pero no de 2.
   l) No es múltiplo de 3 pero sí de 4.
10. Descomponer en producto de factores primos los siguientes números:
    a) 12
    b) 48
    c) 80
    d) 60
    e) 156
    f) 420
    g) 160
    h) 594
    i) 121
    j) 225
    k) 847
    l) 672
    m) 105
    n) 360
    o) 144
    p) 1755
    q) 2800
    r) 693
    s) 1264
    t) 2592
    u) 91
    v) 833
    w) 1485
    x) 924
11. Explica de manera razonada si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
    a) El cero es divisor de todos los números.
    b) El 1 es divisor de todos los números.
    c) El 37 es un número compuesto.
    d) Los divisores de un número distinto de cero son menores o iguales que él.
    e) 189 es un múltiplo de 21.
    f) 21 no es divisor de 189.
    g) El 1 es un número primo.
    h) 8498 es múltiplo de 7.
    i) Todo número tiene al menos dos divisores: 1 y él mismo.

12. A continuación, se proponen parejas y ternas de números ya factorizados. Debes hallar el máximo común divisor (mcd) y el mínimo común múltiplo (mcm) de cada una de ellas:

a) $\begin{cases} 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5 \\ 2^4 \cdot 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5 \\ 2^5 \cdot 3^4 \cdot 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2^5 \cdot 3^3 \\ 2^4 \cdot 7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^7 \\ 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 7^8 \cdot 3^5 \cdot 11^7 \\ 7^2 \cdot 3^7 \cdot 11 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \\ 2^5 \cdot 5^2 \cdot 7^4 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 11^3 \cdot 13^5 \cdot 5^2 \cdot 3 \\ 11^5 \cdot 5 \cdot 7^6 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 2^3 \cdot 3 \\ 2^5 \cdot 5 \cdot 7^6 \\ 2 \cdot 3^2 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 7 \cdot 11^5 \cdot 13 \\ 11 \cdot 13^2 \\ 5 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13 \end{cases}$

13. En cada uno de los siguientes apartados, halla el máximo común divisor (mcd) y mínimo común múltiplo (mcm) de los números correspondientes.

a) 32 y 24
b) 25 y 30
c) 14 y 35
d) 60 y 85
e) 75 y 90
f) 60 y 84
g) 21 y 35
h) 48 y 120
i) 5, 15 y 30
j) 3, 12 y 14
k) 12, 26 y 30
l) 16, 20 y 32
m) 18, 42 y 98
n) 105, 84 y 63
o) 105 y 140

PROBLEMAS

14. ¿De cuántas formas diferentes se pueden repartir en equipos iguales los 24 alumnos y alumnas de una clase? ¿Cuántos equipos salen en cada caso?

15. Un cometa es visible desde la Tierra cada 16 años, y otro, cada 24 años. El último año que fueron visibles conjuntamente fue en 1980, ¿en qué año volverán a coincidir?

16. De cierta parada de autobús parten dos líneas, A y B, que inician su actividad a las 7 horas de la mañana. La línea A presta un servicio cada 24 minutos, y la línea B, cada 36 minutos. ¿A qué hora vuelven a coincidir en la parada los autobuses de ambas líneas?

17. El dependiente de una papelería tiene que repartir en botes 36 bolígrafos rojos, 60 bolígrafos azules y 48 bolígrafos negros, de forma que en cada bote haya el mayor número de bolígrafos posible y todos tengan el mismo número sin mezclar colores. ¿Cuántos bolígrafos pondrá en cada bote? ¿Cuánto botes necesita?

18. Manuel va a visitar a sus abuelos cada 18 días, su hermano Juan cada 12 días y su prima Alicia cada 9 días. Si hoy han coincidido los tres en casa de sus abuelos, ¿cuánto tiempo transcurrirá hasta que vuelvan a coincidir?

19. Un floricultor tiene 150 rosas, 525 claveles y 675 margaritas. Quiere guardarlas en cestas iguales y todas ellas con la mayor cantidad de flores posible. ¿Cuántas flores ha de tener cada cesta? ¿Cuántas cestas se necesitan?

20. Halla el número de soldados de un cuartel sabiendo que hay entre 600 y 800 y que si se agrupan de 12 en 12 sobran 3 y lo mismo ocurre si se agrupan de 18 en 18 y de 28 en 28.

21. Julia ha formado el cuadrado más pequeño posible uniendo piezas rectangulares de cartulina, de 12 cm por 18 cm. ¿Cuánto mide el lado del cuadrado? ¿Cuántas piezas ha empleado?

22. Tenemos una plancha de madera de 52 cm de largo y 40 cm de ancho. Se quiere cortar en cuadrados iguales que tengan el mayor área posible. ¿Cuál debe ser la longitud del lado de cada cuadrado? ¿Cuántos cuadrados se obtienen de la plancha?

Soluciones

1. a) 27 no es divisor de 1542 porque la división no es exacta.
   b) 315 es múltiplo de 15 porque la división es exacta: $315=15\cdot 21$, sin embargo 315 no es múltiplo de 1402 pues un múltiplo de un número siempre es mayor o igual que el número en cuestión.
   c) 18 no es un divisor de 150 porque la división no es exacta. Sí que es de 234 porque la división es exacta $234=18\cdot 13$.

2. Cinco primeros múltiplos de 15: $\{15,30,45,60,75\}$.
   Cinco primeros múltiplos de 23: $\{23,46,69,92,115\}$.
   Cinco primeros múltiplos de 32: $\{32,64,96,128,160\}$.
   Cinco primeros múltiplos de 103 : $\{103,206,309,412,515\}$

3. Múltiplos de 15 comprendidos entre 100 y 150: $\{105,120,135,150\}$.

4. Múltiplos de 18 comprendidos entre 175 y 225: $\{180,198,216\}$.

5. Cuatro parejas múltiplo-divisor: $\{52,13\}$, $\{143,13\}$, $\{364,13\}$, $\{364,52\}$

6. Divisores de 18: $\{1,2,3,6,9,18\}$. Divisores de 23: $\{1,23\}$. Divisores de 32: $\{1,2,4,8,16,32\}$.

7. Múltiplos de 2: $\{66,90,156,220,708\}$. Múltiplos de 3: $\{66,90,105,156,315,708\}$.
   Múltiplos de 5: $\{90,105,220,315\}$

8. Múltiplos de 2: $\{42,314,150,7500,13200,103488,1321200,149028\}$.
   Múltiplos de 3: $\{42,150,7500,13200,103488,1321200,149028\}$.
   Múltiplos de 5: $\{125,150,7500,13200,1321200\}$.
   Múltiplos de 6: $\{42,150,7500,13200,103488,1321200,149028\}$
   Múltiplos de 10: $\{150,7500,13200,1321200\}$
   Múltiplos de 11: $\{37103,13200,103488,149028\}$

9. En este ejercicio se admiten, en cada apartado, infinidad de soluciones. Nosotros daremos una de las posibles y razonaremos porqué lo es.
   a) 148 , porque es par.
   b) 216, porque sus cifras suman 9, que es un múltiplo de 3.
   c) 102 , porque es divisible por 2 y por 3.
   d) 645, porque acaba en 5.
   e) 830, porque acaba en 0.
   f) 385, porque la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan lugar impar y la que ocupa lugar par es 0.
   g) 254, porque es par pero no acaba ni en 0 ni en 5.
   h) 250, porque es par y acaba en 0.
   i) 360, porque sus cifras suman un múltiplo de 9 y acaba en 0.
   j) 264, porque la suma de sus cifras es un múltiplo de 3, y la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan lugar impar y la que ocupa lugar par es 0.

k) 315, porque las suma de sus cifras es un múltiplo de 3, pero no es par.

l) 260, porque la suma de sus cifras no es un múltiplo de 3, pero sí un múltiplo de 4.

10. Descomponer en factores primos:

a) $12=2^2\cdot 3$
b) $48=2^4\cdot 3$
c) $80=2^4\cdot 5$
d) $60=2^2\cdot 3\cdot 5$
e) $156=2^2\cdot 3\cdot 13$
f) $420=2^2\cdot 3\cdot 5\cdot 7$
g) $160=2^5\cdot 5$
h) $594=2\cdot 3^3\cdot 11$
i) $121=11^2$
j) $225=3^2\cdot 5^2$
k) $847=7\cdot 11^2$
l) $672=2^5\cdot 3\cdot 7$
m) $105=3\cdot 5\cdot 7$
n) $360=2^3\cdot 3^2\cdot 5$
o) $144=2^4\cdot 3^2$
p) $1755=3^3\cdot 5\cdot 13$
q) $2800=2^4\cdot 5^2\cdot 7$
r) $693=3^2\cdot 7\cdot 11$
s) $1264=2^4\cdot 79$
t) $2592=2^5\cdot 3^4$
u) $91=7\cdot 13$
v) $833=7^2\cdot 17$
w) $1485=3^3\cdot 5\cdot 11$
x) $924=2^2\cdot 3\cdot 7\cdot 11$

11. a) Falso. b) Verdadero. c) Falso. d) Verdadero. e) Verdadero. f) Falso. g) Falso. h) Verdadero. i) Verdadero.

12. Escribiremos de cada apartado, y por este orden, el máximo común divisor (mcd) y el mínimo común múltiplo (mcm). A veces el resultado del mcm es un número demasiado elevado. En ese caso lo escribiremos factorizado.

a) 24, 6480 ; b) 648, 64800 ; c) 16, 6048 ; d) 360, 22500000 ; e) 130977, $7^8\cdot 3^7\cdot 11^7$;

f) 5600, 103723200 ; g) 6655, $11^5\cdot 5^2\cdot 13^5\cdot 3\cdot 7^6$; h) 2, 169414560 ; i) 143, 6668316655

13. Procederemos, para dar las soluciones, igual que en el apartado anterior.

a) 8, 96 ; b) 5, 150 ; c) 7, 70 ; d) 5, 1020 ; e) 15, 450 ; f) 12, 420 ; g) 7, 105 ; h) 24, 240 ;

i) 5, 30 ; j) 1, 84 ; k) 2, 780 ; l) 4, 160 ; m) 2, 882 ; n) 21, 1260 ; o) 35, 420

14. De ocho formas diferentes: 1 equipo de 24 alumnos, 2 equipos de 12 alumnos, 3 equipos de 8 alumnos, 4 equipos de 6 alumnos, 6 equipos de 4 alumnos, 8 equipos de 3 alumnos, 12 equipos de 2 alumnos y 24 equipos de 1 alumnos.

15. En el año 2028 volverán a coincidir los dos cometas.

16. Los autobuses vuelven a coincidir en la parada a las 8 y 12 minutos.

17. En cada bote pondrá 12 bolígrafos. En total necesita 12 botes.

18. Hasta que vuelvan a coincidir transcurrirán 36 días.

19. Cada cesta ha de tener 75 flores. Se necesitan en total 18 cestas.

20. El número de soldados es 759.

21. El lado del cuadrado mide 36 cm. Ha empleado 6 piezas.

22. La longitud del lado de cada cuadrado debe de ser de 4 cm. De la plancha se obtienen 130 cuadrados.