1. Calcula:

a) $\log_2 16$; b) $\log_2 0,25$; c) $\log_9 1$; d) $\log_{10} 0,1$; e) $\log_4 64$; f) $\log_7 49$; g) $\ln e^4$; h) $\ln e^{-1/4}$;

i) $\log_5 0,04$; j) $\log_6\left(\frac{1}{216}\right)$; k) $\log_2 1024$; l) $\log 0,001$; m) $\log_2 \frac{1}{64}$; n) $\log_{\sqrt{3}} 3$; ñ) $\log_3 \sqrt{3}$;

o) $\log_2 \sqrt{8}$; p) $\log_{1/2} \frac{2}{\sqrt{2}}$; q) $\log_2 64+\log_2 \frac{1}{4}-\log_3 9-\log_2 \sqrt{2}$; r) $\log_2 \frac{1}{32}+\log_3 \frac{1}{27}-\log_2 1$

2. Halla la parte entera de:

a) $\log_2 60$; b) $\log_5 700$; c) $\log_{10} 43000$; d) $\log_{10} 0,084$; e) $\log_9 60$; f) $\ln e$

3. Calcula la base de estos logaritmos:

a) $\log_x 125=3$; b) $\log_x \frac{1}{9}=-2$; c) $\log_x \frac{1}{4}=2$; d) $\log_x 2=\frac{1}{2}$; e) $\log_x 0,04=-2$; f) $\log_x 4=-\frac{1}{2}$;

g) $\log_x \frac{1}{27}=-3$; h) $\log_x 8=2$; i) $\log_x \frac{1}{16}=4$

4. Calcula el valor de x en las siguientes igualdades:

a) $\log 3^x=2$; b) $\log x^2=-2$; c) $7^x=115$; d) $5^{-x}=3$; e) $\log_5 5=x$; f) $\log_a 1=x$; g) $\log_3 \sqrt[5]{9}=x$

5. Aplica la propiedad del cambio de base para obtener los siguientes logaritmos con la ayuda de la calculadora:

a) $\log_2 1500$; b) $\log_5 200$; c) $\log_{100} 200$; d) $\log_{100} 40$; e) $\log_7 123$; f) $\log_{1/2} 77$

En cada caso, también con la calculadora, comprueba el resultado utilizando la potenciación.

6. Sabiendo que $\log_5 A=1,8$ y $\log_5 B=2,4$, calcula:

a) $\log_5 \sqrt[3]{\frac{A^2}{25B}}$; b) $\log_5 \frac{5\sqrt{A^3}}{B^2}$

7. Averigua la relación que hay entre x e y, sabiendo que se verifica que $\ln y=2x-\ln 5$.

8. Halla con la calculadora y comprueba el resultado con la potenciación:

a) $\log\sqrt{148}$; b) $\ln\left(2,3\cdot 10^{11}\right)$; c) $\ln\left(7,2\cdot 10^{-5}\right)$; d) $\log_3 42,9$; e) $\log_5 1,95$; f) $\log_2 0,034$

9. Halla el valor de x en estas expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos:

a) $\ln x=\ln 17+\ln 13$; b) $\log x=\log 36-\log 9$; c) $\ln x=3\ln 5$; d) $\log x=\log 12+\log 25-2\log 6$;

10. Sabiendo que $\log k=14,4$ y que $\ln z=0,45$, calcula el valor de las siguientes expresiones:

a) $\log\frac{k}{100}$; b) $\log\left(0,1k^2\right)$; c) $\log\sqrt[3]{\frac{1}{k}}$; d) $(\log k)^{1/2}$; e) $\ln\frac{z}{e}$; f) $\ln\sqrt[3]{z}$; g) $\ln\frac{e^2}{z}$

11. Calcula x para que se cumpla (da el resultado en notación científica con tres cifras significativas):

a) $x^{2,7}=19$; b) $\log_7 3x=0,5$; c) $3^{2+x}=172$; d) $8^x=32$; e) $\sqrt[3]{5^x}=\frac{1}{25}$; f) $\frac{1}{9^x}=\sqrt[3]{9}$

12. Si $\log k=x$, escribe en función de x:

a) $\log k^2$; b) $\log\frac{k}{100}$; c) $\log\sqrt{10k}$

13. Comprueba que si $a\neq 1$, $\dfrac{\log\frac{1}{a}+\log\sqrt{a}}{\log a^3}=-\frac{1}{6}$ ¿Por qué se impone previamente la condición $a\neq 1$?

Soluciones

1. a) 4 ; b) -2 ; c) 0 ; d) -1 ; e) 3 ; f) 2 ; g) 4 ; h) $-\frac{1}{4}$; i) -2 ; j) -3 ; k) 10 ; l) -3 ; m) -6 ; n) 2 ; ñ) $\frac{1}{2}$; o) $\frac{3}{2}$; p) $-\frac{1}{2}$; q) $\frac{3}{2}$; r) -8

2. a) 5 ; b) 4 ; c) 4 ; d) -1 ; e) 1 ; f) 1

3. a) 5 ; b) 3 ; c) $\frac{1}{2}$; d) 4 ; e) 5 ; f) $\frac{1}{16}$; g) 3 ; h) $\sqrt{8}$; i) $\frac{1}{2}$

4. a) $\frac{2}{\log 3} \cong 4{,}19$; b) $\frac{1}{10}$; c) $\frac{\log 115}{\log 7} \cong 2{,}44$; d) $-\frac{\log 3}{\log 5} \cong -0.68$; e) 1 ; f) 0 ; g) $\frac{2}{5}$

5. a) $10{,}55$; b) $3{,}29$; c) $1{,}15$; d) $0{,}8$; e) $2{,}47$; f) $-6{,}27$

6. a) $-0{,}267$; b) $-1{,}1$

7. $y = \frac{e^{2x}}{5}$

8. Este es un ejercicio de comprobación y, por tanto, no queda otra que convencerte de los resultados, utilizando la calculadora para hacer el logaritmo correspondiente y luego, aplicar la definición para comprobar efectivamente el resultado utilizando las potencias.

9. a) 221 ; b) 4 ; c) 125 ; d) $\frac{25}{3}$

10. a) $12{,}4$; b) $27{,}8$; c) $-4{,}8$; d) $3{,}79$; e) $-0{,}55$; f) $0{,}15$; g) $1{,}55$

11. a) $2{,}98$; b) $8{,}82 \cdot 10^{-1}$; c) $2{,}69$; d) $1{,}67$; e) -6 ; f) $3{,}33 \cdot 10^{-1}$

12. a) $2x$; b) $x-2$; c) $\frac{1+x}{2}$

13. La condición $a \neq 1$ se impone porque si fuera $a = 1$, entonces $\log a = \log 1 = 0$ y no tendría sentido la expresión $\frac{\log \frac{1}{a} + \log \sqrt{a}}{\log a^3}$, pues el denominador sería igual a 0.

    Ahora te toca a ti comprobar la veracidad de la igualdad que se propone. Utiliza para ello, adecuadamente, las propiedades de los logaritmos.