IMPORTANTE. Estos ejercicios debes hacerlos sin hacer uso de la calculadora

1. Simplifica las siguientes expresiones con radicales, extrayendo factores del radical en los casos que sea posible:

a) $\sqrt[3]{24}$; b) $\sqrt[6]{27}$; c) $\sqrt[3]{-108}$; d) $\sqrt[12]{64y^3}$; e) $\sqrt[4]{\frac{81}{64}}$; f) $3\sqrt{8a^3}$; g) $\sqrt{x^4y^6}$; h) $\sqrt{\frac{125a^2}{16b}}$;

i) $\sqrt{\frac{16}{a^3}}$; j) $\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{9}}$; k) $\sqrt{\frac{a}{9}+\frac{a}{16}}$; l) $\sqrt[4]{1+\frac{9}{16}}$; m) $\frac{x^2y^3}{2}\sqrt{\frac{8x}{x^7y^4}}$

2. Reduce a índice común y ordena de menor a mayor:

a) $\sqrt[4]{4}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt{2}$; b) $\sqrt{6}$, $\sqrt[3]{4}$; c) $\sqrt[4]{6}$, $\sqrt[5]{10}$; d) $\sqrt[4]{72}$, $\sqrt[3]{9}$, $\sqrt[6]{100}$

3. Efectúa y simplifica. Extrae factores, si es posible:

a) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{2}$; b) $\frac{\sqrt[8]{625}}{\sqrt[4]{25}}$; c) $4\sqrt{27}\cdot 5\sqrt{6}$; d) $2\sqrt{\frac{4}{3}}\cdot\sqrt{\frac{27}{8}}$; e) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{1}{8}}$; f) $\left(\sqrt[6]{32}\right)^3$; g) $\frac{\sqrt[4]{a^3}\cdot\sqrt[5]{a^4}}{\sqrt{a}}$;

h) $\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{a}}\cdot\sqrt{a}$; i) $\left(\frac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3$; j) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$; k) $\sqrt[3]{2\sqrt[4]{8}}$; l) $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{\sqrt[3]{\sqrt{4}}}$; m) $\sqrt[3]{\sqrt{16}}$; n) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$;

ñ) $\sqrt{3\sqrt[3]{2\sqrt[5]{3}}}$; o) $\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{4}}{\sqrt[5]{8}}$; p) $\frac{\sqrt[3]{12}\cdot\sqrt[4]{18}}{\sqrt{24}}$; q) $\frac{3\sqrt[3]{500ab^3}}{\sqrt[3]{4a}}$; r) $\sqrt[3]{5\sqrt[3]{\frac{1}{25}}}$; s) $\sqrt[3]{\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{2}{3}}}$; t) $\sqrt[3]{ab^2\sqrt[4]{\frac{1}{ab}}}$

4. Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a) $5\sqrt{125}+6\sqrt{45}-7\sqrt{20}+\frac{3}{2}\sqrt{80}$; b) $\sqrt[3]{16}+2\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{54}-\frac{21}{5}\sqrt[3]{250}$; c) $\sqrt{125}+\sqrt{54}-\sqrt{45}-\sqrt{24}$;

d) $3\sqrt[3]{16}-2\sqrt[3]{250}+5\sqrt[3]{54}-4\sqrt[3]{2}$; e) $\sqrt{\frac{2}{5}}-4\sqrt{\frac{18}{125}}+\frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{45}}$; f) $\frac{1}{3}\sqrt{5}-\frac{1}{6}\sqrt{20}+\frac{1}{8}\sqrt{45}$;

g) $\frac{1}{2}\sqrt{28}-\frac{2}{5}\sqrt{63}+\frac{1}{8}\sqrt{175}$; h) $7\sqrt[3]{81a}-\sqrt[3]{3a^4}+\frac{\sqrt[3]{3a}}{5}$; i) $\sqrt[3]{3x^3}+\sqrt[3]{24y^3}+\sqrt[3]{81z^6}$; j) $\sqrt{\frac{a^4b}{c^5}}-\sqrt{\frac{4a^2b}{c^3}}+\sqrt{\frac{b}{c}}$

5. Racionaliza los denominadores y simplifica:

a) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{18}}$; b) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$; c) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$; d) $\frac{3}{3+\sqrt{3}}$; e) $\frac{\sqrt{72}+3\sqrt{32}-\sqrt{8}}{\sqrt{8}}$; f) $\frac{11}{2\sqrt{5}+3}$; g) $\frac{4\sqrt{15}-2\sqrt{21}}{2\sqrt{5}-\sqrt{7}}$;

h) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$; i) $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{12}}$; j) $\frac{1}{2\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}$; k) $\frac{3}{\sqrt{5}-2}$; l) $\frac{3\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+2}$; m) $\frac{2\sqrt{8x}+\sqrt{128x}-\sqrt{72x}}{2\sqrt{2x}}$

6. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica:

a) $\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}+2\right)$; b) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$; c) $\left(\sqrt{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$; d) $\left(2-\sqrt{5}\right)\left(3+2\sqrt{5}\right)$; e) $\left(1-\sqrt{2}\right)^3$;

f) $\left(1-\sqrt{3}\right)\left(\frac{1+\sqrt{3}}{-2}\right)$; g) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{6}-1\right)$; h) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{6}\right)$; i) $\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)2\sqrt{2}$;

j) $\left(2\sqrt{5}-3\sqrt{2}\right)^2$; k) $\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)\sqrt{3}$; l) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$; m) $5\sqrt{a}+\sqrt{16a}-3\sqrt{a-\frac{16a}{25}}$

7. Si $\sqrt{2}\cong 1,414$, ¿puedes calcular el valor aproximado de $\frac{6}{\sqrt{2}}$ sin calculadora?

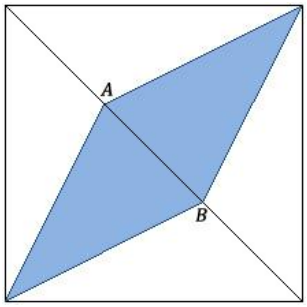
8. Racionaliza denominadores, efectúa las operaciones y simplifica:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$; b) $\dfrac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\dfrac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$; c) $\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$; d) $\dfrac{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(1-\sqrt{2}\right)}{\sqrt{2}+2}$;

e) $\dfrac{7}{3-\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$; f) $\dfrac{5}{\sqrt{6}}+\dfrac{2}{\sqrt{6}+3\sqrt{2}}-\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$; g) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}}}$; h) $\dfrac{\sqrt{1-x}+\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}}{1+\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$

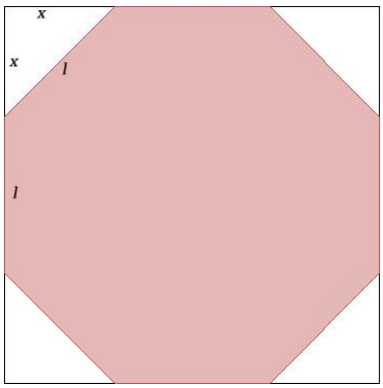
9. Comprueba que $\sqrt{6+\sqrt{27}}\cdot\sqrt{6-\sqrt{27}}$ es un número entero.

10. Los puntos A y B dividen a la diagonal del cuadrado en tres partes iguales.



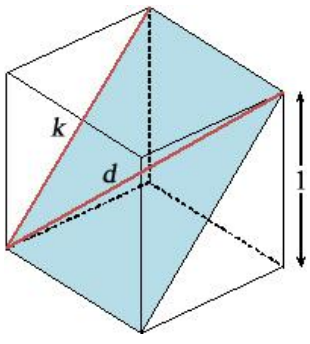
Si el área del cuadrado es de 36 cm^2, ¿cuánto medirá el lado del rombo? Da el **valor exacto**.

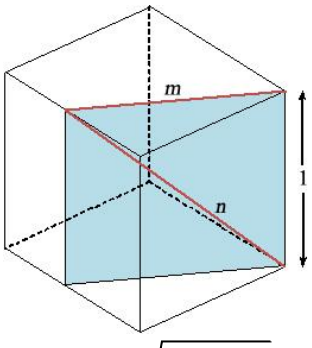
11. En un cuadrado de 10 cm de lado, recortamos en cada esquina un triángulo rectángulo isósceles de forma que obtenemos un octógono regular.



Halla la **medida exacta** del lado del octógono y calcula su área.

12. Supongamos que tenemos un cubo de arista 1, tal y como se indica en la figura de la izquierda.





La diagonal de una cara, $k=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$, y la diagonal del cubo $d=\sqrt{1^2+\sqrt{2}^2}=\sqrt{3}$, son números irracionales. Averigua si son racionales o irracionales las distancias m y n señaladas en la figura de la derecha.

Soluciones

1. Simplifica las siguientes expresiones con radicales, extrayendo factores del radical en los casos que sea posible:

a) $2\sqrt[3]{3}$; b) $\sqrt{3}$; c) $-3\sqrt[3]{4}$; d) $\sqrt[4]{4y}=\sqrt{2}\sqrt[4]{y}$; e) $\dfrac{3}{2\sqrt{2}}$; f) $6a\sqrt{2a}$;

g) x^2y^3 ; h) $\dfrac{5a}{4}\sqrt{\dfrac{5}{b}}$; i) $\dfrac{4}{a\sqrt{a}}$; j) $\dfrac{\sqrt{13}}{6}$; k) $\dfrac{5\sqrt{a}}{12}$; l) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$; m) $\dfrac{\sqrt{2}\,y}{x}$

2. Reduce a índice común y ordena de menor a mayor:

a) $\sqrt[4]{4}=\sqrt{2}<\sqrt[3]{3}$; b) $\sqrt[3]{4}<\sqrt{6}$; c) $\sqrt[4]{6}<\sqrt[5]{10}$; d) $\sqrt[3]{9}<\sqrt[6]{100}<\sqrt[4]{72}$

3. Efectúa y simplifica. Extrae factores, si es posible:

a) $\sqrt[6]{32}$; b) 1 ; c) $180\sqrt{2}$; d) $\dfrac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$; e) $\dfrac{1}{2}$; f) $4\sqrt{2}$; g) $a\sqrt[20]{a}$; h) $\sqrt[6]{a^5}$; i) $\dfrac{1}{4}$; j) $\sqrt[6]{2}$;

k) $\sqrt[12]{128}$; l) $\sqrt[6]{3}$; m) $\sqrt[3]{4}$; n) $\sqrt[8]{128}$; ñ) $\sqrt[30]{2^5\cdot 3^{16}}=\sqrt[6]{2}\cdot\sqrt[15]{3^8}$; o) $\sqrt[30]{2^{17}}$; p) $\sqrt[12]{\dfrac{3^4}{2^7}}=\sqrt[12]{\dfrac{81}{128}}$;

q) $15b$; r) $\sqrt[9]{5}$; s) $\sqrt[9]{\dfrac{9}{4}}$; t) $\sqrt[12]{a^3b^7}$

4. Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a) $35\sqrt{5}$; b) $-20\sqrt[3]{2}$; c) $2\sqrt{5}+\sqrt{6}$; d) $7\sqrt[3]{2}$; e) $-\dfrac{53}{45}\sqrt{\dfrac{2}{5}}=\dfrac{-53\sqrt{10}}{225}$;

f) $\dfrac{3\sqrt{5}}{8}$; g) $\dfrac{17\sqrt{7}}{40}$; h) $\dfrac{106-5a}{5}\sqrt[3]{3a}$; i) $\left(x+2y+3z^2\right)\sqrt[3]{3}$; j) $\dfrac{a^2-2ac+c^2}{c^2}\sqrt{\dfrac{b}{c}}$

5. Racionaliza los denominadores y simplifica:

a) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$; b) $\sqrt[3]{4}$; c) $\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}=1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; d) $\dfrac{3-\sqrt{3}}{2}$; e) 8 ; f) $2\sqrt{5}-3$; g) $2\sqrt{3}$;

h) $\dfrac{\sqrt{6}-1}{3}$; i) $\dfrac{6+\sqrt{6}}{6}=1+\dfrac{\sqrt{6}}{6}$; j) $\dfrac{-\sqrt{5}-\sqrt{3}}{4}$; k) $3\sqrt{5}+6$; l) $\sqrt{2}$; m) 3

6. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica:

a) $5+3\sqrt{3}$; b) -1 ; c) $\dfrac{11}{4}+\sqrt{6}$; d) $-4+\sqrt{5}$; e) $7-5\sqrt{2}$; f) 1 ; g) $\sqrt{3}+2\sqrt{2}$;

h) -1 ; i) $4\sqrt{3}+2\sqrt{10}$; j) $38-12\sqrt{10}$; k) $\sqrt{3}$; l) $4\sqrt{6}$; m) $\dfrac{36\sqrt{a}}{5}$

7. $4,242$

8. Racionaliza denominadores, efectúa las operaciones y simplifica:

a) 2 ; b) $\sqrt{3}+5\sqrt{2}$; c) $-2\sqrt{35}$; d) $\dfrac{7\sqrt{2}}{2}-5$; e) 5 ; f) $\dfrac{3\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$; g) $\dfrac{3}{4}$; h) $\sqrt{1-x}$

9. El número entero es 3.

10. $2\sqrt{5}$ cm.

11. Lado del octógono: $10\sqrt{2}-10=10\left(\sqrt{2}-1\right)$ cm. Área del octógono $200\sqrt{2}-200=200\left(\sqrt{2}-1\right)$ cm².

12. m es irracional y su valor es $m=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. n es racional y su valor es $n=\dfrac{3}{2}$.